

筑波大学数理物理系

粒子加速器

1. 加速器の原理と歴史

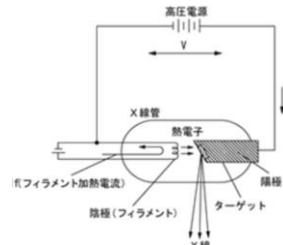
大見 和史

高エネルギー加速器研究機構(KEK)

加速研究施設

加速器の萌芽期

- 放電、陰極線
 - ~1850、ガイスラー、クルックス、レーナルト
- X線
 - 1895、レントゲン
- α 線、 β 線、 γ 線
 - α , β 線, 1899、U崩壊 ラザフォード
 - γ 線 1900, U崩壊 ヴィラール



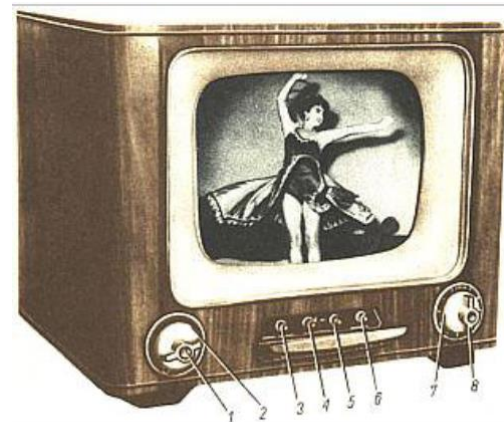
Crookes tube



科学に対する粒子線の有用性

工業製品として発展

- ブラウン管
 - 図像を表示する陰極線管



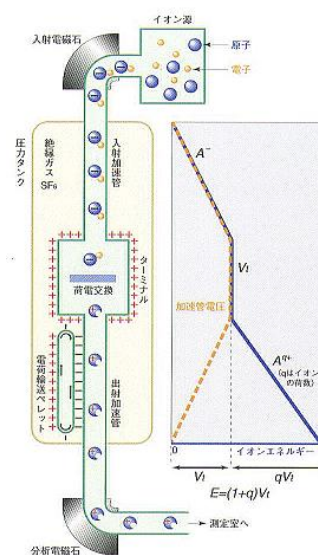
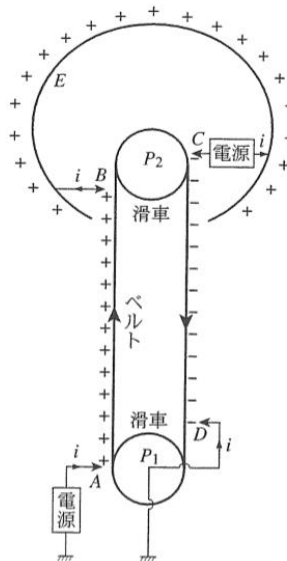
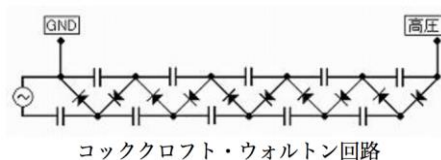
1958年の14インチTVセット

初期の加速器 I

- 低エネルギー加速器として現在も利用されている。

静電加速器

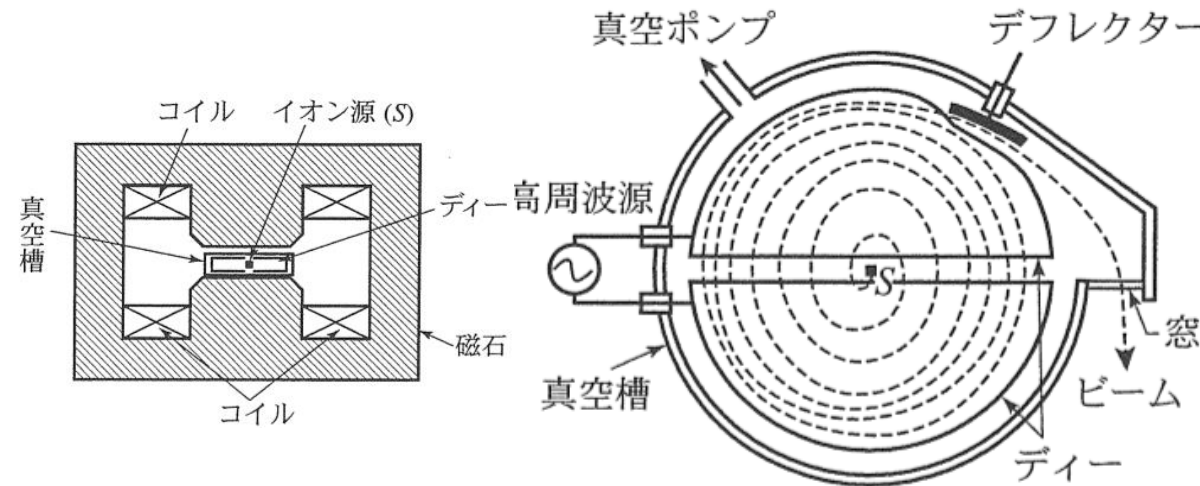
- コッククロフト・ウォルトン型加速器($\sim 1\text{MeV}$, ~ 1930) 整流回路で高電圧を作る。
- ヴァンデグラフ型加速器 $E=1-20\text{MeV}$ (~ 1930) 電荷を実際にベルトで運び、高電圧を作る。



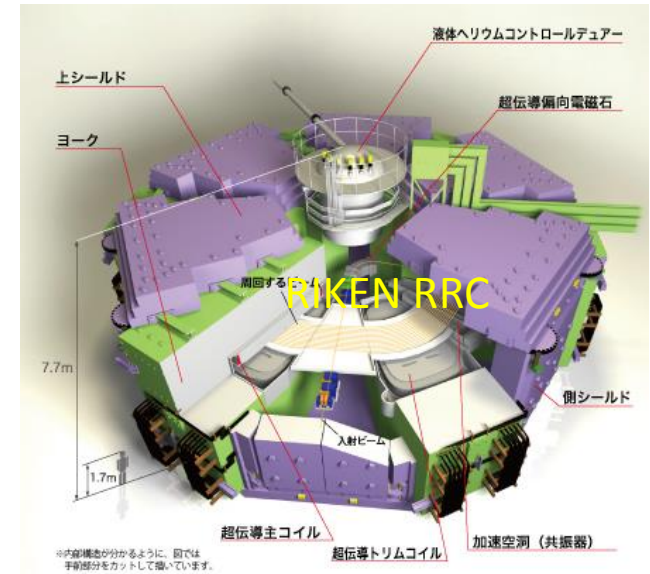
初期の加速器 II

- サイクロトロン, $E=10\text{-}500\text{MeV}$ (~1930)
 - 2つに分けた一様磁石のなかを粒子は円運動、2つの磁石間に円運動周期に同期した高周波をかけ粒子を加速。

磁石がビーム軌道と同じ大きさ



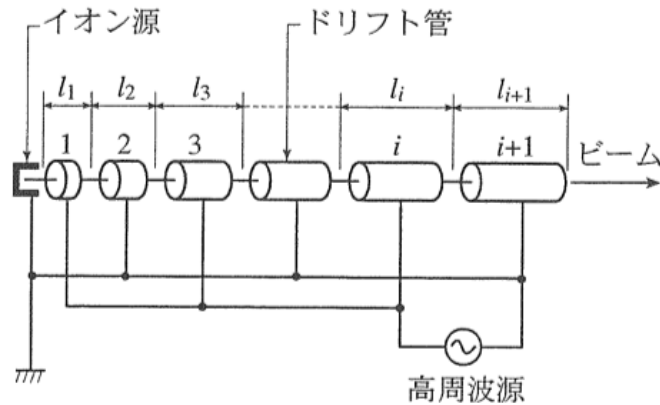
OHO2003、絵面氏



理研 HP

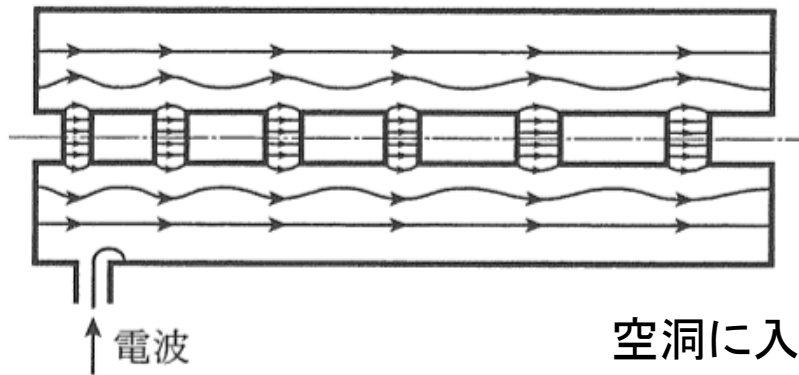
初期の加速器 II

- ドリフトチューブ線形加速器、Wideroe型(1928)



OHO2003、絵面氏

- アルバレ型(1945)



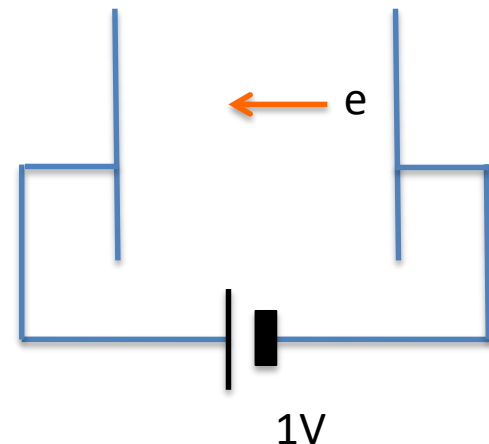
空洞に入れた電磁波を使う



兵庫県粒子線医療センター

物理のお話

- 電子ボルト eV: 電子が1Vの電位差で得るエネルギー=1eV



- 1eVの電子の速度は？

$$E = \frac{1}{2}mv^2$$

$$1 \text{ eV} = \frac{mc^2}{2} \frac{v^2}{c^2} = \frac{0.5 \times 10^6 \text{ eV}}{2} \frac{v^2}{c^2} \quad v = 2 \times 10^{-3}c = 6 \times 10^5 \text{ m/s}$$

- 1eVの陽子の速度は？

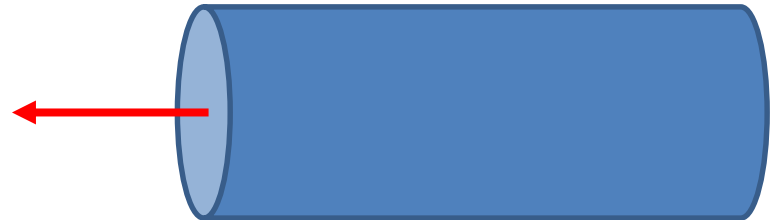
$$M_p c^2 = 938 \times 10^6 \text{ eV}$$

$$v = 4.6 \times 10^{-5}c = 1.4 \times 10^4 \text{ m/s}$$

ビーム電流

- $e=1.6022 \times 10^{-19}$ C
- $c=299,792,458$ m/s
- ビームパイプ断面を通過する電荷量
 λ : 電子(陽子)線密度

$$I = \lambda e v$$



ガウスの法則

- 球対称の系、電荷分布による静電場はその内側の電荷分布にのみ依る。

$$\int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dv$$

$$4\pi r^2 E_r = \frac{1}{\epsilon_0} \int_0^r \rho dv$$

- 外側にいくら電荷が有っても、内側の電場には無関係。
- バンデグラフ型加速器へ応用

簡単な特殊相対論の式の使い方

$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$$

$E=mc^2$ は $v \ll c$ で成り立つ。 $\beta \ll 1$ $\gamma \approx 1$

- ローレンツ因子

$$E = mc^2 \gamma \quad v = \beta c \quad \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}}$$

- ビームのエネルギーは運動エネルギーで表す

$$T = E - mc^2 \approx \frac{mv^2}{2}$$

電子の速度

- 8GeV, $\gamma=16,000$

$$\beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \approx 1 - \frac{1}{2\gamma^2} = 1 - 1.95 \times 10^{-9}$$

- 光速に比べ0.59m/s (2.1km/h)遅い。
- ゆっくり歩いても追いつける。(わけではない)

簡単な電気力学

- ローレンツ力、 電子 $q=-e$ 、陽子 $q=+e$

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

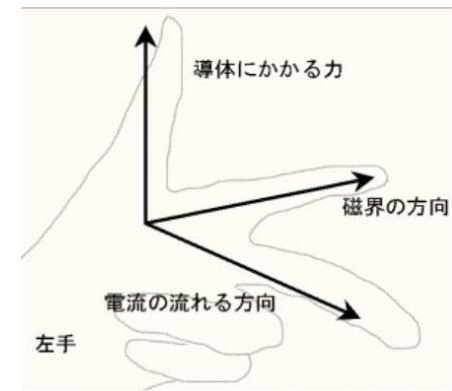
- フレミングの左手の法則

$$v \ll c \quad \frac{mv^2}{\rho} = evB$$

$$\rho = \frac{mv}{eB}$$

$$\omega = \frac{v}{\rho} = \frac{eB}{m}$$

ーサイクロトロンの原理



非相対論的領域
周波数は運動エネルギー、速度によらない

相対論的電気力学

- ローレンツ力(同じ式)

$$\dot{\mathbf{p}} = -e\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

$$|\dot{\mathbf{p}}| = m\gamma v^2 \left| \frac{d^2 \mathbf{x}}{ds^2} \right| = evB$$

$$\left| \frac{d^2 \mathbf{x}}{ds^2} \right| = \frac{1}{\rho}$$

$$\frac{d\mathbf{x}}{ds} = \mathbf{s} \quad \text{接線ベクトル}$$

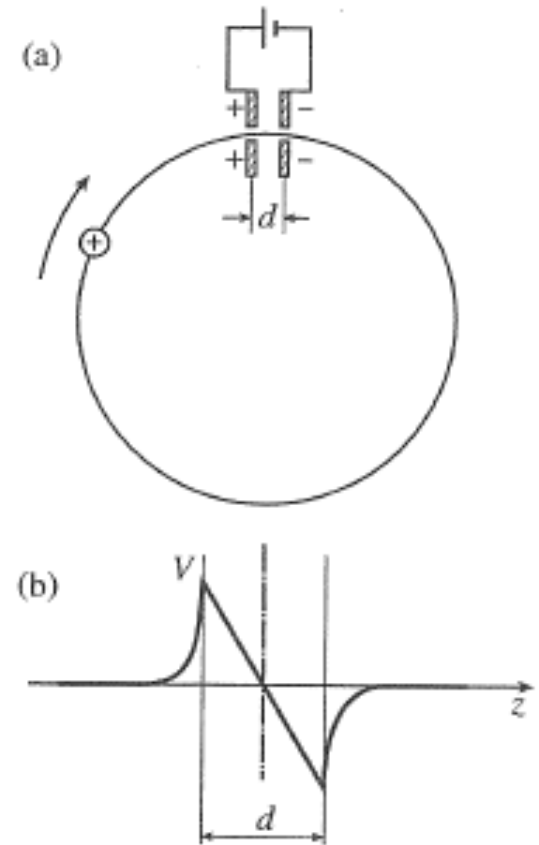
$$p = m\gamma v = eB\rho$$

$$\omega = \frac{v}{\rho} = \frac{eB}{m\gamma}$$

- 相対論的領域では周波数はエネルギーによる。

円形加速器において静電場で繰り返し加速できるか

- 不可能
- 電極の間では電位差ができるが、その外側で逆電圧が発生。
- 高周波電磁波を使う。
- 線形加速器でも大きな電位差を作るのが難しいので、高周波電磁波を使う。



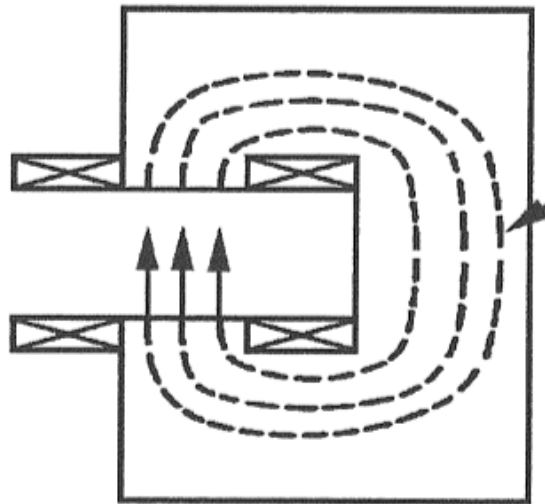
偏向電磁石

- 垂直方向一様磁場、粒子の軌道を曲げる
- 純鉄を使った電磁石2Tで飽和。表面磁場1Tくらいで使う。
- 超伝導磁石は数T。

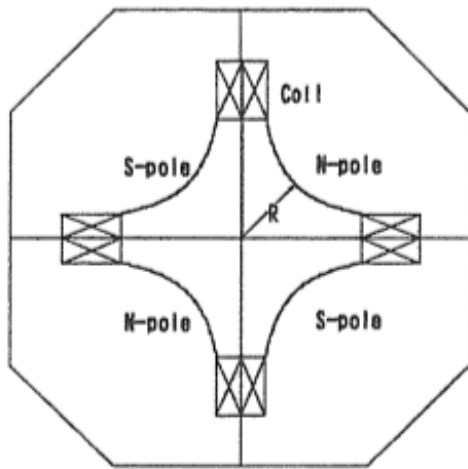
$$B_y = B \quad B_x = 0$$

$$p = m\gamma v = eB\rho$$

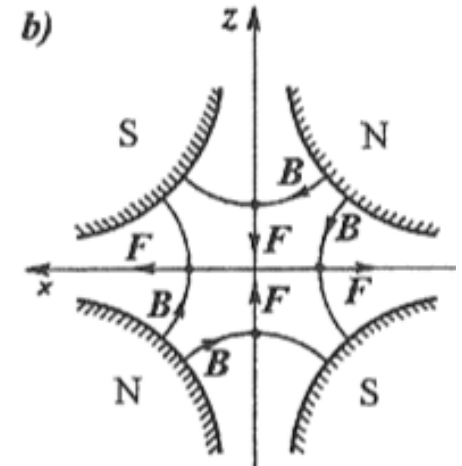
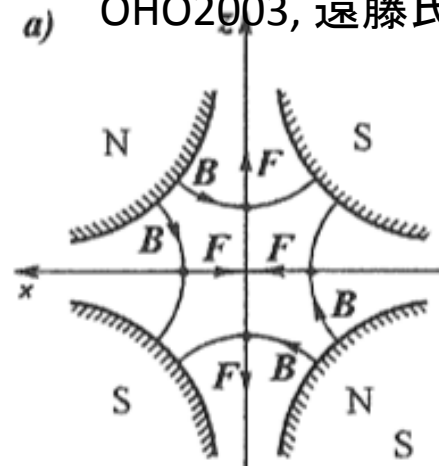
ρ : 回転半径



収束4極磁石



a) OHO2003, 遠藤氏



- a) x方向に収束力 y方向に発散力
- b) x方向に発散力 y方向に収束力

$$B_x = ay \quad F_x = -evB_y = -evax$$

$$B_y = ax \quad F_y = evB_x = evay$$

アンペールの法則

磁場をある経路に沿って積分したものはその経路内を流れる電流に等しい。

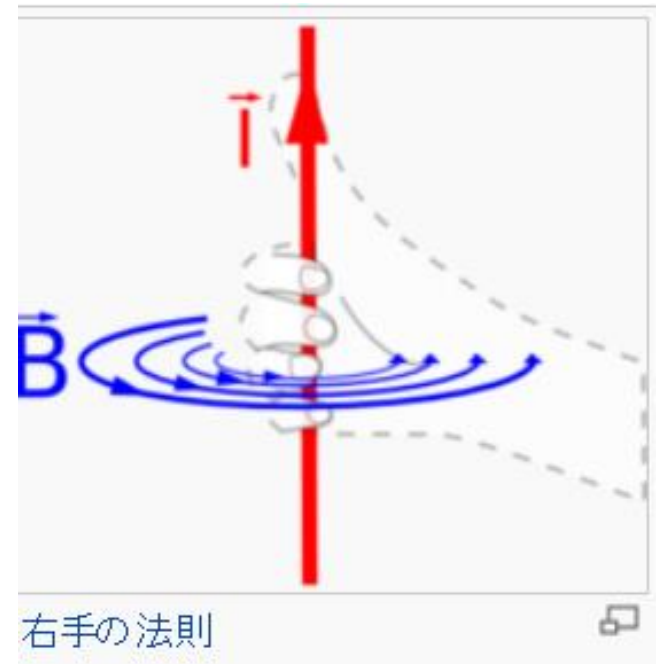
$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}$$

- ビオサバールの法則

$$2\pi r H = I$$

$$H = \frac{I}{2\pi r} \quad B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$$



- 粒子の運動を変えるのは **B** (磁束密度)

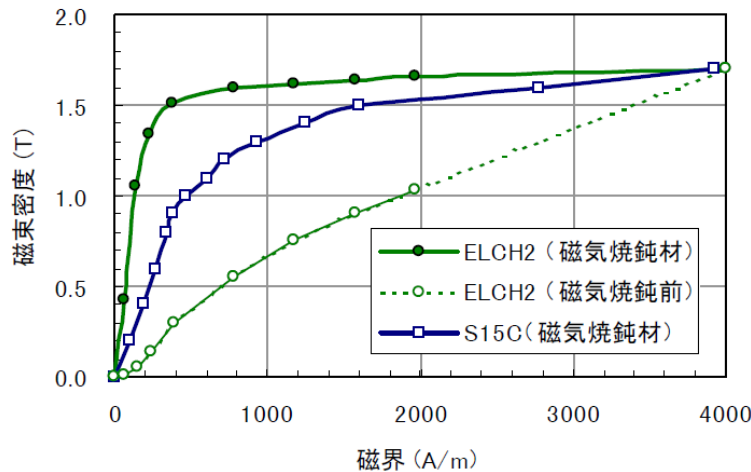
電磁石の強さ

- 常伝導電磁石、純鉄芯を使う

超伝導磁石では鉄芯を使わない場合もある。

$$B = \mu H = \mu_r \mu_0 H$$

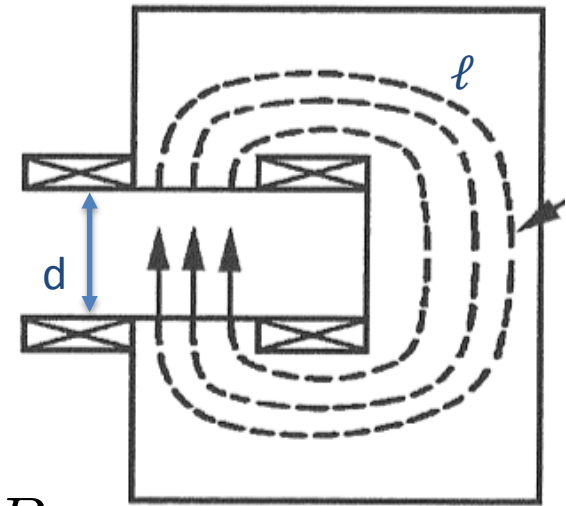
- 純鉄の比透磁率 $\mu_r = 10,000$



KOBELCO

なぜHでなくBで式を作るか?

$$\text{div} \mathbf{B} = 0$$



$$\frac{B}{\mu_0} d + \frac{B}{\mu} \ell = I$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{d}$$

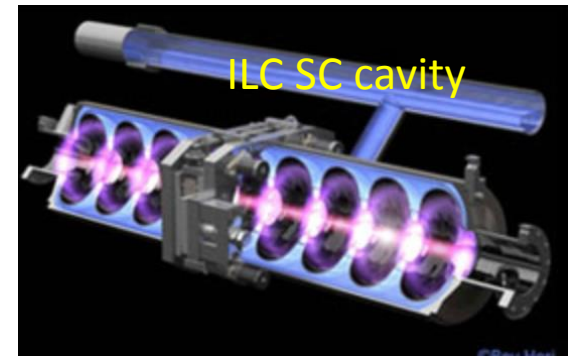
$d=0.1\text{m}$,
 $I=100,000\text{A}$ (巻数、2つ分)

B=1T

加速器の発展

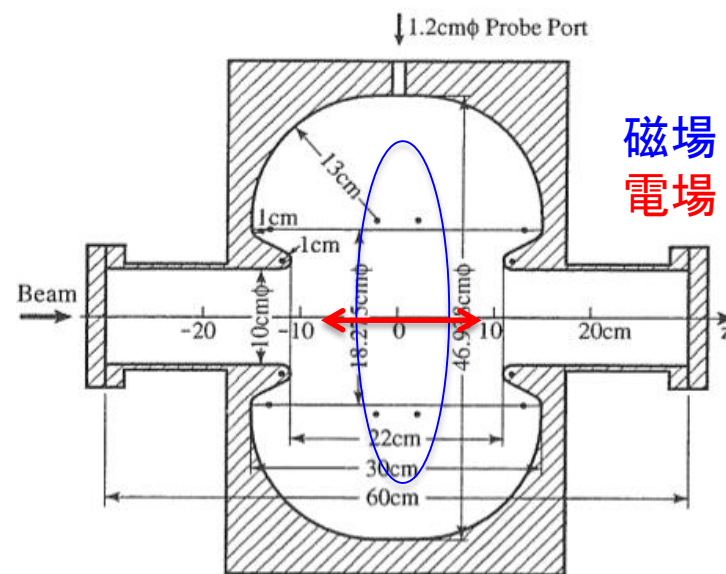
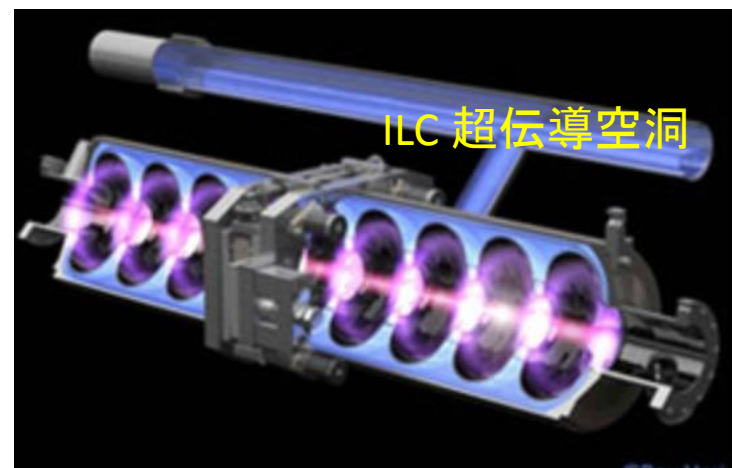
高エネルギー、高強度にむけて

- 高周波加速
 - 導体空洞形状に応じた固有周波数
 - 空洞に閉じ込めた固有高周波電磁場で加速
- シンクロトロン
 - 円形粒子軌道を設定
 - 周回に同期させて高周波加速
- 強収束
 - 4極磁石による粒子軌道安定化



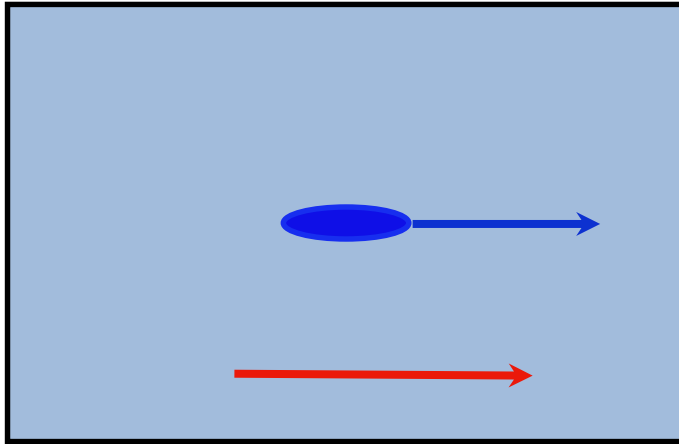
高周波空洞による加速

- 導体空洞内の電磁場
- 電場は導体表面に垂直
- 磁場は表面に平行
- 空洞内には様々な電磁波モード(パターン)が誘起される。モードごと周波数が異なる。



加速空洞

- 電場が進行方向を向いたときだけ加速(陽子)



$f_{RF}=500\text{MHz}$ (KEKB, PF)
2856MHz(LINAC)
 $\sim 1.5\text{MHz}$ (J-PARC)

- 空洞に加速に寄与するモードが誘起されるよう、電磁波を空洞に導入
- ビームは加速位相に合わせて、集団で加速される。バンチ構造

直方体空洞内の電磁場

- $a \times b \times c$ の直方体空洞

- 波動方程式

$$\Delta \mathbf{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$$

- 振動モード

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m e^{-i\omega_m t} \quad \Delta \mathbf{E}_m + \frac{\omega_m^2}{c^2} \mathbf{E}_m = 0$$

- 境界条件 $\mathbf{E}_m$ は境界に垂直, $\text{div } \mathbf{E}_m = 0$

$$E_x = A_x e^{-i\omega_m t} \cos \frac{\ell\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} \sin \frac{n\pi z}{c}$$

$$E_y = A_y e^{-i\omega_m t} \sin \frac{\ell\pi x}{a} \cos \frac{m\pi y}{b} \sin \frac{n\pi z}{c}$$

$$E_z = A_z e^{-i\omega_m t} \sin \frac{\ell\pi x}{a} \sin \frac{m\pi y}{b} \cos \frac{n\pi z}{c}$$

$$\frac{\ell A_x}{a} + \frac{m A_y}{b} + \frac{n A_z}{c} = 0 \quad \left(\frac{\ell\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{c}\right)^2 = \frac{\omega_{\ell mn}^2}{c^2}$$

実際の空洞、円筒空洞

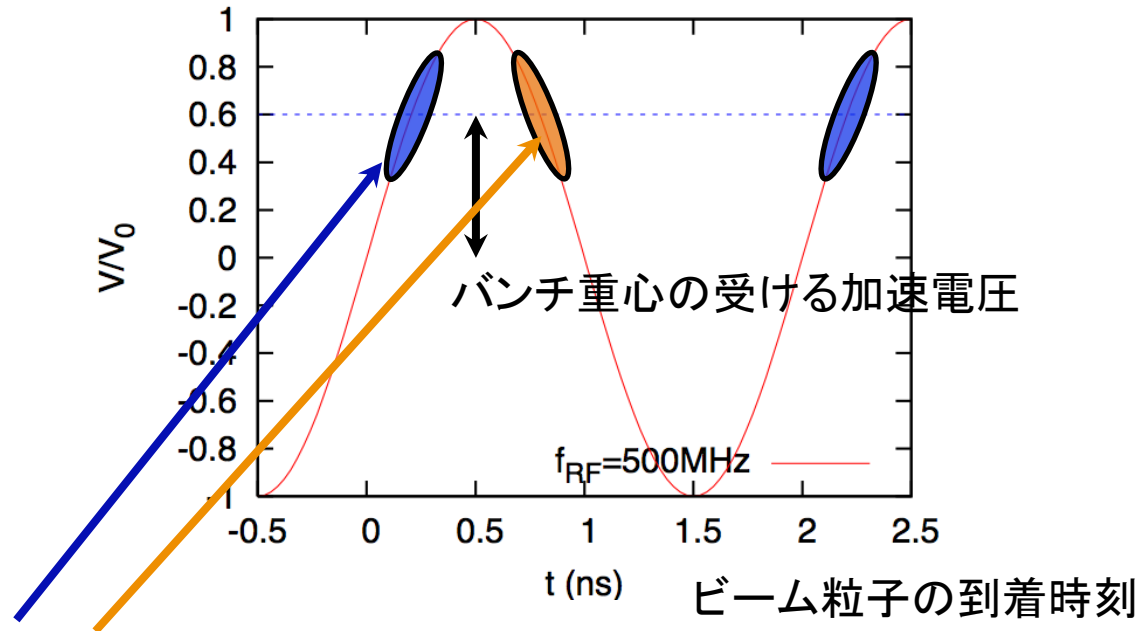
- 実際の加速空洞は円筒型に近い。
- 円筒空洞の振動モードはベッセル関数で表される。

$$E_z = Ae^{-i\omega_m t + i\ell\varphi} J_\ell(k_{\ell m} r) \cos \frac{n\pi z}{c}$$

- 振動モードに対応する高周波を導波管を通して、空洞に注入され、その電磁場でビームが加速される。

位相安定化(円形加速器)

- 加速電場 正弦波



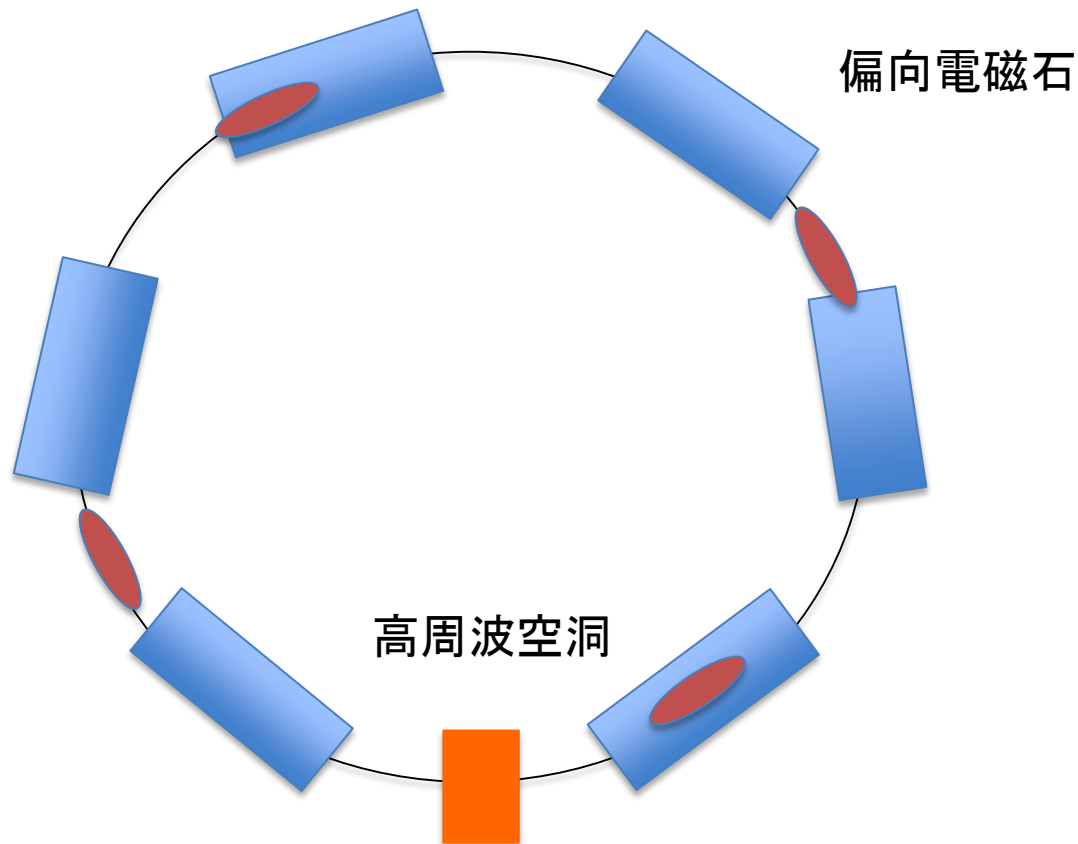
- 青橙の場合速い粒子は中心より加速が小さい大きい。
- 加速電圧は中心に対する時間差に比例して小さく大きくなる
- どちらの位相に乗せると安定かは設計による。いずれにしても重心の周りに単振動させるようにする。

シンクロトロン ~1945

- エネルギーを高くしようとする、サイクロトロンでは巨大な磁石が必要になる。
- ビームエネルギーによって軌道を変えない方式が望ましい。磁場は軌道付近だけにあれば良い。
- エネルギーの変化に応じて磁場を上げる。
- 高周波空洞で加速。
- 加速の間ビームを安定して軌道付近に閉じ込める必要。

シンクロトロン

- 周回周波数(c/L)の整数倍(n)の高周波周波数。
- ビームは L/n の間隔で入れられる。
- 粒子の集団を**バンチ**という。

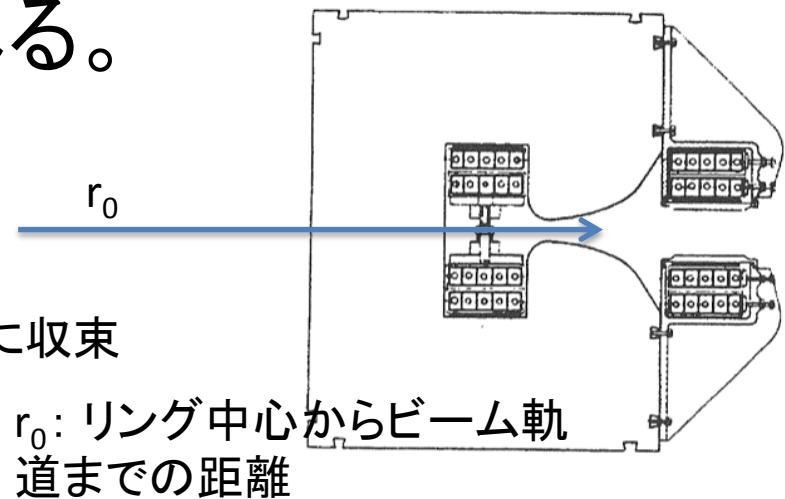


弱収束型加速器

- 特殊な偏向磁石のみで構成
- 偏向磁石で基準軌道を決める。
- ビーム内粒子を基準軌道の周りを振動するように偏向磁石の磁場にビームの運動を収束させる磁場成分を入れる。

$$B_y(x) = B_y(r_0) \left(\frac{r_0 + x}{r_0} \right)^{-n}$$

$0 < n < 1$ においてx-yともに収束



- 加速は高周波空洞

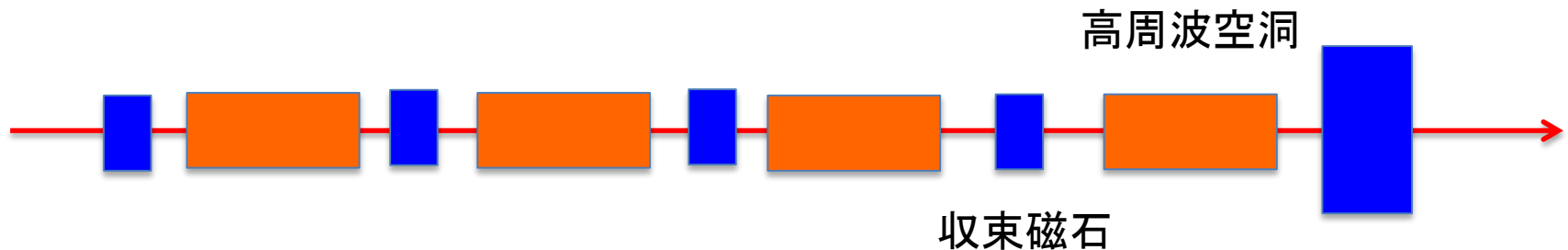
OHO2003, 遠藤氏

強収束型加速器

- 偏向磁石で基準軌道を決める。
 - 4極収束磁石を、ビーム内粒子を基準軌道の周りを振動するように設置
 - 高次効果の補正のため6極磁石を配置
 - 加速は高周波空洞
 - 完全分業制。
-
- 4極磁石はx-yに収束力と発散力が混在。それでも全体としてx-y両方向の運動を収束させることができる。

線形加速器

- 線形加速器でも加速中に粒子が収束されていなければならない。
- リニアコライダーでは衝突点でビームを細くしぼる必要がある($\sigma_x=600\text{nm}$, $\sigma_y=6\text{ nm}$)
- 高周波空洞と収束電磁石を並べていく。



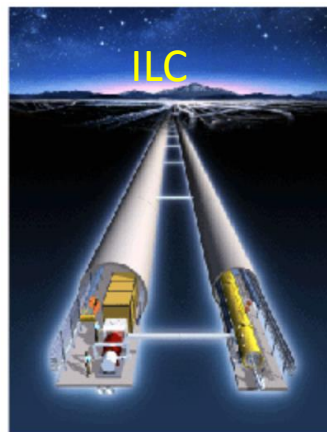
現代、将来の加速器

- より高い重心エネルギーへ、衝突型加速器



KEKB加速器を使って得られた最高記録です！

ピーク luminos $2.1083 \times 10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ (2009.6.17 17:12)
一日当たりの積分 luminos 1.4794 /fb 達成 (2009.06.14)



Copyright © 2005 Shigemi Numazawa,
All rights reserved

ILC (全長約33km) のイメージ図



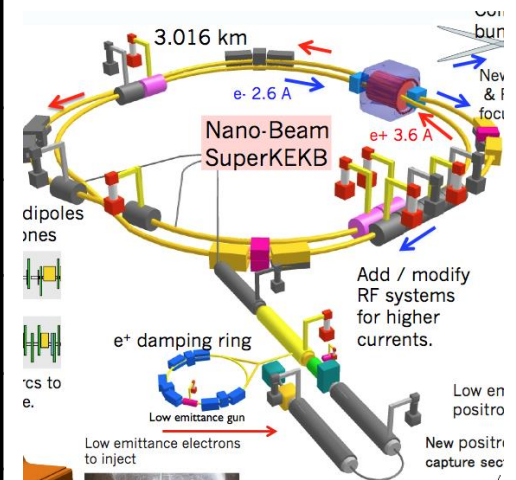
- 放射光の利用、コヒーレント光の追求



KEKの加速器

	Energy	長さ	current	#bunch	bunch shape (x,y,z)	粒子数 (bunch)
	GeV	m	A		mm	10^{10}
KEK-Linac	8 _{max}	480		(50Hz)		1-10
KEKB	4&7	3016	1	1600	0.1x0.001 x5	6
KEK-PF	2.5	187	0.5	250	1x0.1x10	0.5
ATF	1.5	139	0.1	1-	0.2x0.02 x5	1
J-PARC(RCS)	0.2->3	348	10	2	20x20x 70000	4000
J-PARC(MR)	3->30	1567	10	8	10x10x 20000	4000

運動エネルギー



世界の加速器

	Energy	長さ	current	#bunch	bunch shape (x,y,z)	粒子数 (bunch)
	GeV	m	A		mm	10^{10}
LHC (2011)	3500	26670				11
LHC (design)	7000	26670	0.5	2808	0.016x0.016x75	11
Tevatron	1000	187		36	0.04x0.04x430	30
RHIC	200	3833			0.07x0.07x500	40
SPring8	8	1436	0.1		0.2x0.02x4	0.3-1
SACLA						1



衝突加速器のバンチ形状は衝突点



最先端科学への応用

- 素粒子高エネルギー物理
- 核物理、核融合
- 物質、材料、生命科学
- 医療

シンクロトロン放射

- 電子が磁石で方向を変えるとき、電磁波(光子)が接線方向に発せられる。
- 広い波長領域
- 光子の平均エネルギー

$$E_c = \frac{3}{2} \frac{\hbar c}{\rho} \gamma^3 = \frac{3}{2} \frac{\hbar e B}{m} \gamma^2 = 1.7 \times 10^{-4} B \gamma^2 \quad \rho: \text{回転半径}$$

- リング1周で放出するエネルギー

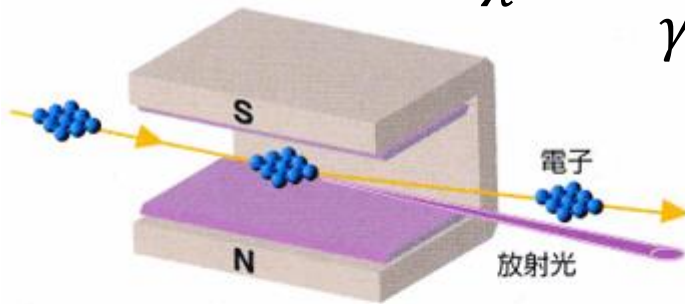
$$\Delta E = \frac{4\pi}{3} \frac{r_e E \gamma^3}{\rho} \quad r_e = 2.815 \times 10^{-15} \text{ m}$$

アンジュレータ

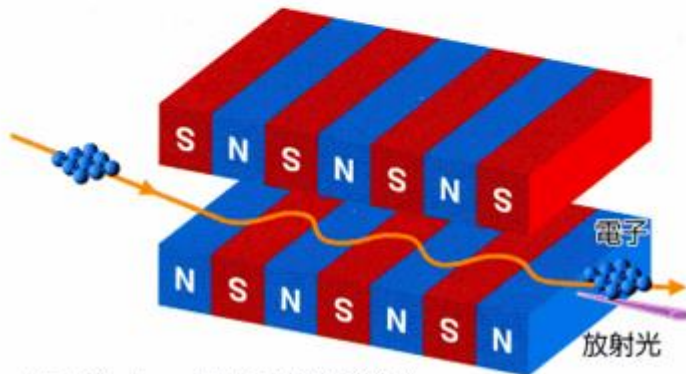
- 単色の放射光を発生させる装置
- 光の波長は磁石列の波長/ γ^2

$$\lambda = \frac{1 + K_u^2}{\gamma^2} \lambda_u$$

$$K_u \approx 1$$



▲偏向電磁石からの放射光



アンジュレータからの放射光▲



www.spring8.or.jp

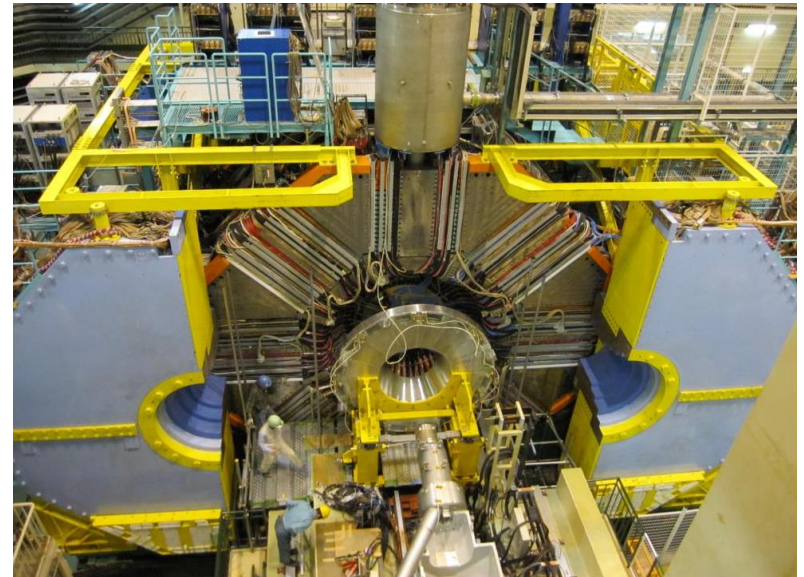
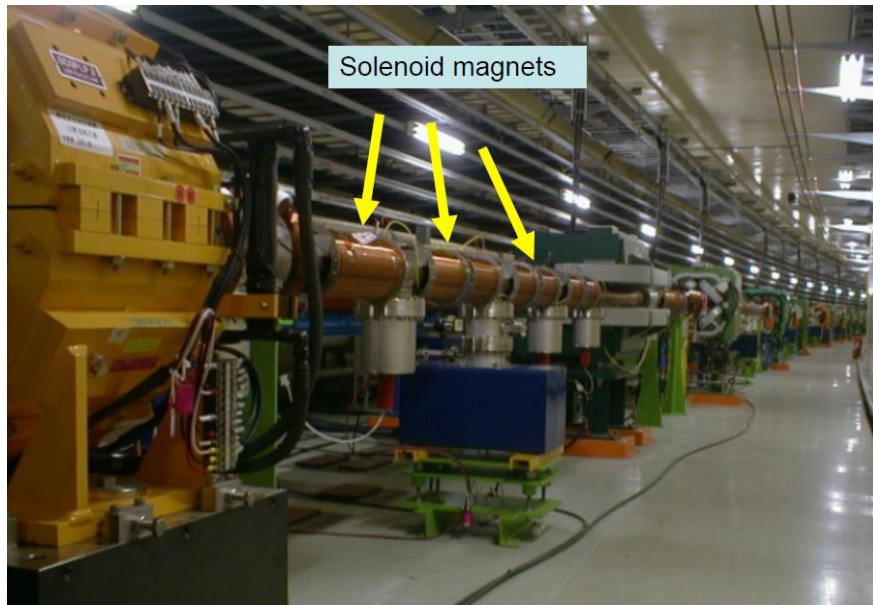
電子蓄積リング

- KEK-PF(周180m) & AR(360m) 2.5 GeV & 6.5 GeV
 - 偏向磁石、アンジュレータからの光、波長は数Å
 - 多数のビームラインを多数のユーザーが使う
- SPring8(周1000m) 8GeV
 - ビームサイズが小さく、光の密度が大きい
 - アンジュレータ光が主
 - 多数のビームライン、多数のユーザー



SuperKEKB, KEKB

- 電子陽電子衝突加速器 2015~ ([KEKB 1999-2009](#))
- エネルギー $4\text{GeV}(e^+) \times 7\text{GeV}(e^-)$
- e^+e^- が対消滅しB中間子対ができる。その崩壊を観測 (Bell測定器)



シンクロトロン放射によるエネルギーロス

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{4\pi r_e \gamma^3}{3 \rho} = 6.9 \times 10^{-12} B \gamma^2$$

$$E_c = \frac{3 \hbar c}{2 \rho} \gamma^3 = 1.7 \times 10^{-4} B \gamma^2$$

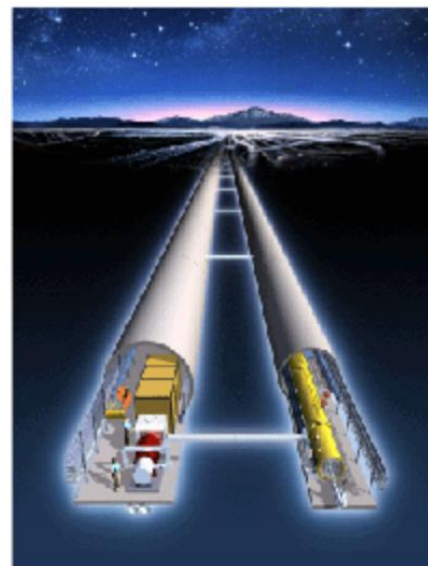
- TRISTAN(KEKBの前身) 30GeV, $\gamma=6 \times 10^4$.
 - $\frac{\Delta E}{E} = 0.025 B$ 1周で2.5%のエネルギーロス
- LEP(LHCの前身) 100GeV, $\gamma=2 \times 10^5$.
 - $\frac{\Delta E}{E} = 0.27 B$ 27%のロス
- Bを小さくすると加速器が大きくなる。
- 限界か

リニアコライダー線形衝突加速器

- シンクロトン放射のない線形加速器
- 全長33km、エネルギー250GeVx250GeV、岩手を候補として検討、2020年代中に稼動。
- 1回しか衝突しないので、ビームを小さく絞る。
60nm x 6nm



超伝導加速空洞



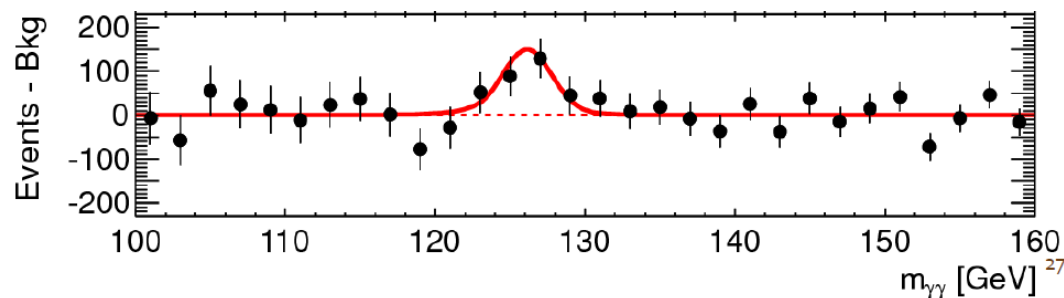
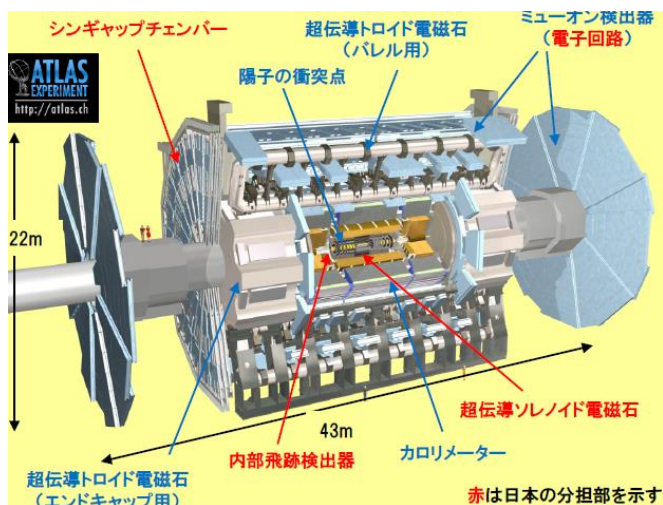
Copyright © 2005 Shigemi Numazawa,
All rights reserved
ILC (全長約33km) のイメージ図

LHC 陽子衝突加速器

- CERN、7 TeVx7 TeV, 周長26.7km



- ヒッグス粒子の発見(126GeV)



ヒッグスファクトリー

- ヒッグス粒子は126GeV。**リングで可能**
- 周長 50km(中国, 2020)-100km(CERN, 2030)
- エネルギー 120GeVx120GeV

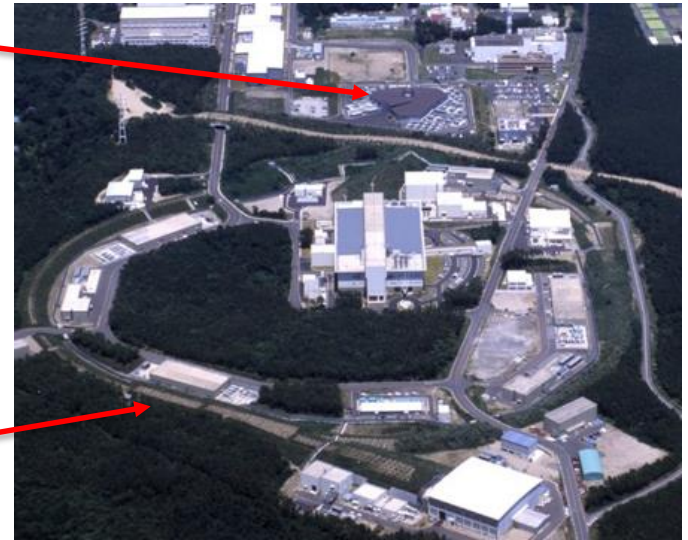
HZ 生成

- 電子陽電子の後は陽子陽子衝突器として使用(LEP-LHCと同様)
- **円形か線形か**

J-PARC

高強度陽子加速器

- RCS (3GeV) 中性子源
 - 物質、生命
- MR(30GeV)
 - ニュートリノ物理、標的にあてミュー中間子を作り、その崩壊のニュートリノビームを使う。
 - ハドロン(中間子、核子)物理



X線自由電子レーザー

- SACLA(SPring8) 8GeV線形加速器
- LCLS(SLAC) 12GeV
- 10GeVビームを数cm周期のアンジュレータを通し1Åの単色光を発生
- 長いアンジュレータ(数10m)を通る間に、ビームが光の波長で変調されレーザー光を発生



まとめ

- 加速器の歴史、静電加速器から高周波加速へ。
- 現代の加速器について、概要を述べた。
 - 高エネルギー、原子核用加速器
 - 物質科学、医学への応用
- 次回から加速器を物理的側面から扱っていく。

基本的な物理定数

- $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ $1.6022 \times 10^{-19} \text{ C}$
- $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ $299,792,458 \text{ m/s}$
- $m_e = 0.511 \text{ MeV}$
- $M_p = 1 \text{ or } 0.94 \text{ GeV}$ 0.938 GeV
-
- $r_e = 2.82 \times 10^{-15} \text{ m}$

ちょっとした問題

- KEKB、J-PARCの電流値は
- KEK-LINACのピーク電流(バンチの局所電流)は
- J-PARC MR 出射時のビームパワーは何W, 繰り返し0.3Hz
- 500MHzの空洞でKEKBは最大何バンチ蓄積できるか。

答え

| $e=1.6022 \times 10^{-19}$ C, $M_p=0.938$ GeV

| $c=299,792,458$ m/s

| SuperKEKB 1.54A JPARC-MR 9.8A

| J-PARC $30 \times 10^9 \times 8 \times 4 \times 10^{13} \times 1.6 \times 10^{-19} \times 0.3 = 461$ kW

| 5120バンチ

| $E=1.118$ GeV, $p=0.608$ GeV/c, $\beta=0.54$, $\gamma=1.19$

ビームパイプ(チェンバー)

- 超高真空 10^{-7} - 10^{-8} Pa
- 放射光加速器、衝突加速器ではビームを1日位蓄積し続ける。
- ビームパイプ内の分子との衝突によるビーム損失

大気密度は、真空での密度は

- ボルツマン定数 $8.617 \times 10^{-5} \text{ eV/K}$
- アボガドロ数 $6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- 1気圧、0°Cモル体積 $22.414 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ mol}^{-1}$
- 1気圧 = 101,325 Pa, $\text{Pa} = \text{N/m}^2$
- 1Torr = 133.32 Pa

ビームの持っている電力

- ピークパワー
- 平均パワー
- 放射化の問題